

1. Harmonisen sähkömagneettisen aallon magneettikentän amplitudi on  $1,25 \mu\text{T}$  ja aallonpituus  $432 \text{ nm}$ . Aalto etenee tyhjiössä positiivisen  $x$ -akselin suuntaan. Kirjoita sähkökenttää ja magneettikenttää esittävät funktiot. Oleta tässä, että sähkökentän amplitudi osoittaa positiivisen  $z$ -akseliin suuntaan ja että origossa ajan hetkellä  $t = 0$  sähkökentän arvo on nolla, ts.  $\mathbf{E}(0, 0) = 0$ .
2. Radioaseman lähetystä kantaa harmoninen sähkömagneettinen aalto. Aalto läpäisee kohtisuorasti ikkuna-aukon, jonka pinta-ala on  $0,500 \text{ m}^2$ . Ikkunan kohdalla aallon sähkökentän rms-arvo on  $0,0200 \text{ V/m}$ . Kuinka paljon aalto kuljettaa energiaa ikkuna-aukon läpi  $30,0$  sekunnin mainoksen aikana?
3. Sähkömagneettinen aalto, jonka intensiteetti on  $220 \text{ W/m}^2$ , valaisee kohtisuorasti ympyränmuotoista levyä, jonka säde on  $30 \text{ cm}$ . Tulevasta aallosta  $60\%$  absorboituu levyyn ja  $40\%$  heijastuu takaisin. Laske levyn viidessä minuutissa saama liikemäärä.
4. Isotrooppinen valolähde lähettää harmonista sähkömagneettista säteilyä samalla tavalla kaikkiin suuntiin. Etäisyydellä  $10,0 \text{ m}$  sähkökentän amplitudi on  $1,50 \text{ V/m}$ . Laske sähkökentän amplitudi etäisyydellä  $20,0 \text{ cm}$  lähteestä.

5. Tyhjiössä  $z$ -akselin suuntaan etenevän valoallon sähkökenttävektorin  $\mathbf{E} = E_x \hat{\mathbf{i}} + E_y \hat{\mathbf{j}}$  komponentit ovat

$$E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t)$$

$$E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \pi)$$

missä  $E_{0x} = 3,0 \text{ Vm}^{-1}$  ja  $E_{0y} = 6,0 \text{ Vm}^{-1}$ .

- a) Osoita, että aalto on lineaarisesti polarisoitunut. Mihin suuntaan?
  - b) Laske aallon amplitudi ja intensiteetti.
6. Lääketieteellisesti on havaittu, että jos silmään kohdistuvan laservalon intensiteetti ylittää arvon  $1,0 \times 10^2 \text{ W/m}^2$ , silmän verkkokalvo saattaa vahingoittua. Jos laser-osoittimen säteen halkaisija on  $1,5 \text{ mm}$ , niin minkä tehoinen laser voi enintään olla, että sitä voi turvallisesti käyttää esimerkiksi yleisötapahtumissa. Laske vastaavat sähkökentän ja magneettikentän amplitudit.

## OHJEITA JA VASTAUKSET

1.  $\mathbf{E} = E_0 \cos(kx - \omega t + \varphi_0) \hat{\mathbf{k}}$  ja  $\mathbf{B} = B_0 \cos(kx - \omega t + \varphi_0) (-\hat{\mathbf{j}})$ , missä  
 $E_0 = 375 \text{ V/m}$ ,  $B_0 = 1,25 \text{ } \mu\text{T}$ ,  $k = 14,5 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$ ,  $\omega = 4,36 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$  ja  $\varphi_0 = \pi / 2$ .
2. rms-arvo on ns. tehollinen arvo, joka harmonisella funktiolla on amplitudi jaettuna  $\sqrt{2}$  :lla.  
Vastaus  $16 \text{ } \mu\text{J}$ .
3. Vastaus  $8,7 \times 10^{-5} \text{ kg m/s}$ .
4. Vastaus  $75,0 \text{ V/m}$
5. a) osoita, että amplitudivektori on vakio, suunta  $-63,4$  astetta  $x$ -akselista (piirrä kuva).  
b)  $6,7 \text{ V/m}$  ja  $0,060 \text{ W/m}^2$
6. Vastaus  $0,18 \text{ mW}$ ,  $274 \text{ V/m}$ ,  $0,91 \text{ } \mu\text{T}$

①  $\vec{E} = (E_0 \hat{k}) \cos(kx - \omega t + \varphi_0) = E_0 \cos(kx - \omega t + \varphi_0) \hat{k}$

$\uparrow$  AMPLITUDIN SUUNTA  
 $\uparrow$  AALLON ETENEMISSUUNTA

KOSKA  $\vec{E} \times \vec{B}$  OSOITTAÄ TÄSSÄ  $\hat{x}$ : SUUNTAAN, ON OLTAVA  $\hat{k} \times ? = \hat{i} \Rightarrow ? = -\hat{j}$  ELI  $B_0$  OSOITTAÄ NEGATIIVISEN Y-AKSELIN SUUNTAAN:

$\vec{B} = [B_0 (-\hat{j})] \cos(kx - \omega t + \varphi_0) = B_0 \cos(kx - \omega t + \varphi_0) (-\hat{j})$

NUMEROARVOT:

$B_0 = 1,25 \mu T \Rightarrow E_0 = c B_0 = 375 \text{ V/m}, \quad c = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s}$

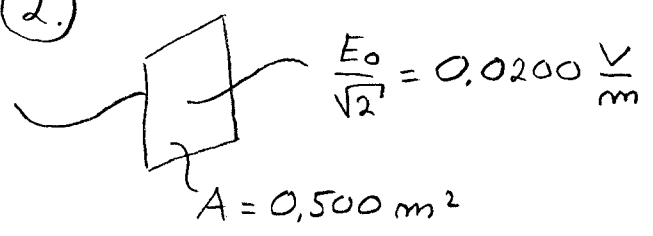
$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 14,5 \times 10^6 \text{ m}^{-1}, \quad \lambda = 432 \text{ mm}$

$\omega = ck = 4,36 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$

VAIHEVAKIO

$\vec{E}(x=0, t=0) = E_0 \cos(0 - 0 + \varphi_0) \hat{k} = E_0 \cos \varphi_0 \hat{k} = 0$   
 $\Rightarrow \cos \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = \pi/2$

②



$E_0 = 8,854 \times 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$   
 $c = 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$

ENERGIA =  $I A t = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 \times (0,500 \text{ m}^2) \times (30 \text{ s}) = 15,92 \times 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \text{ m}^2 \cdot \text{s}$   
 $\approx 16 \mu\text{J}$

③

LIKEMÄÄRÄ =  $F t = \langle P_{\text{rad}} \rangle \cdot (\pi r^2) \cdot t$

$c = 2,998 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \left( 2 \frac{0,40 \text{ I}}{c} + \frac{0,60 \text{ I}}{c} \right) \cdot (\pi r^2) \cdot t = 87,146 \times 10^{-6} \text{ Pa m}^2 \text{ s}$

$r = 0,30 \text{ m} \quad \approx 8,7 \times 10^{-5} \text{ kg m/s}$

$t = 300 \text{ s}$  JA  $I = 220 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

4.  $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 \text{ ELI } I \propto E_0^2$

$\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{E_{01}^2}{E_{02}^2} \Rightarrow E_{01} = \frac{r_2}{r_1} E_{02} = \frac{10,0 \text{ m}}{0,20 \text{ m}} \times 1,50 \frac{\text{V}}{\text{m}} = \underline{\underline{75,0 \frac{\text{V}}{\text{m}}}}$

5.  $\vec{E} = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \hat{i} + E_{0y} \cos(kz - \omega t + \pi) \hat{j}$   
 $= E_{0x} \cos(kz - \omega t) \hat{i} - E_{0y} \cos(kz - \omega t) \hat{j}$   
 $= (E_{0x} \hat{i} - E_{0y} \hat{j}) \cos(kz - \omega t)$ . TÄSSÄ AMPLITUDIVЕКТОРИ  
 ON  $(E_{0x} \hat{i} - E_{0y} \hat{j})$  ON VAKIO, JOTEN SE OSOITTA AINA  
 SAMAA SUUNTAAN  $\Rightarrow$  LINEAARINEN POLARISAATIO

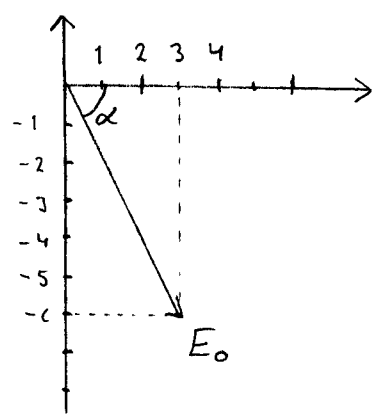
AMPLITUDIVЕКТОРИIN PITUUS

$E_0 = \sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} = \sqrt{45} \frac{\text{V}}{\text{m}}$

$E_{0x} = 3,0 \text{ V/m}$

$E_{0y} = 6,0 \text{ V/m}$

$\tan \alpha = \frac{-6,0}{3,0} = -2 \Rightarrow \alpha = -63,4^\circ$



6. AMPLITUDI  $E_0 = 6,7 \text{ V/m}$

INTENSITEETTI  $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 = 0,060 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

6.  $P = IA = 1,0 \times 10^2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \times \pi \left( \frac{1,5 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2 = 0,1767 \times 10^{-3} \text{ W} \approx \underline{\underline{0,18 \text{ mW}}}$

$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2 \Rightarrow E_0 = \sqrt{\frac{2I}{\epsilon_0 c}} = 277,49 \sqrt{\frac{\text{W/m}^2}{\text{As/Vm} \cdot \text{m/s}}} = 277,49 \frac{\text{V}}{\text{m}}$   
 $I = 1,0 \times 10^2 \text{ W/m}^2$   
 $E_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ As/Vm}$   
 $c = 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$

$B_0 = \frac{E_0}{c} = 0,91558 \times 10^{-6} \frac{\text{V/m}}{\text{m/s}} \approx \underline{\underline{0,92 \mu\text{T}}}$